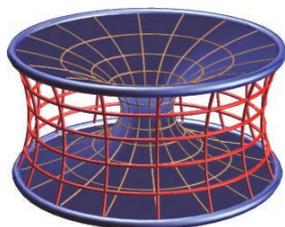


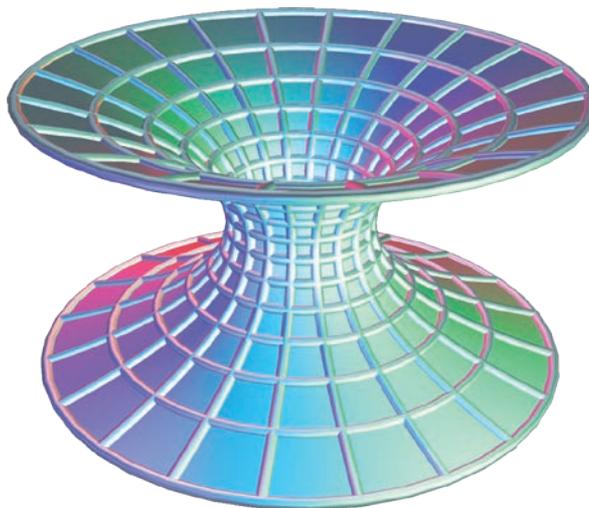
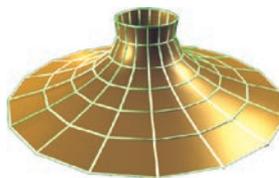
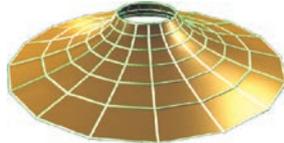
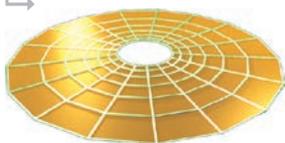
## Das Katenoid und seine Variationen



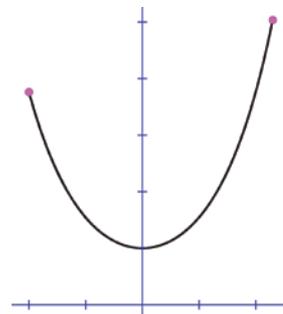
Stabiles (außen) und instabiles (innen) Katenoid

Das Katenoid ist die einzige rotationssymmetrische Minimalfläche und wurde 1744 von *Leonhard Euler* gefunden. Physisch kann sie als Seifenhaut zwischen zwei koaxialen Kreisen erzeugt werden (s. Mitte). Allerdings dürfen die Kreise je nach Radius eine bestimmte Entfernung nicht überschreiten, sonst zerreißt die Seifenhaut zur Goldschmidt-Lösung mit zwei planaren Kreisscheiben (s. u.). Überraschenderweise gibt es bei zwei nahen Kreisen sogar zwei Katenoide als Lösung, ein äußeres stabiles und ein inneres instabiles, welches durch kleinste Störungen sofort zerspringen würde.

Seifenhaut zwischen zwei Ringen



Katenoid zwischen zwei Kreisen

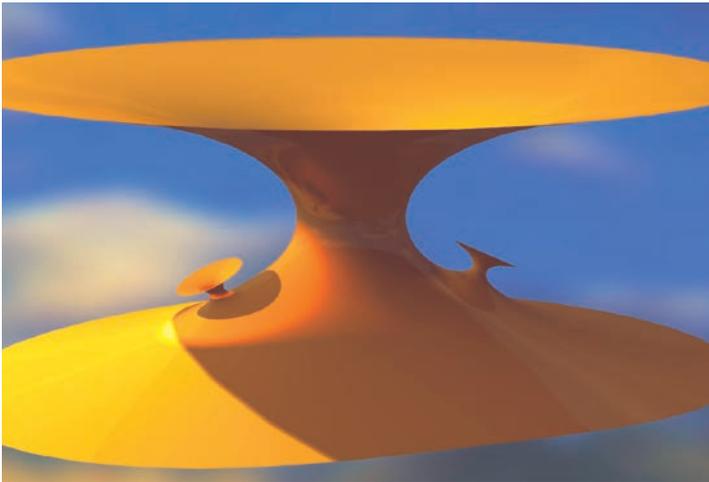


Kettenlinie ist  $\cosh(u)$

Die Meridiankurve des Katenoids konnte schon Euler explizit angeben, es ist die Funktion  $\cosh(u)$ , besser bekannt auch als Kettenlinie. Zur Übereinstimmung mit den hier gezeigten

ten Katenoiden muss die rechts gezeigte Kettenlinie um  $90^\circ$  gedreht werden.

Die Kettenlinie beschreibt physisch eine durchhängende Kette, die bei vorgegebener Länge an zwei Punkten aufgehängt ist. Drehung der Kettenlinie erzeugt einen Katenoidausschnitt, der von zwei Kreisen berandet ist.

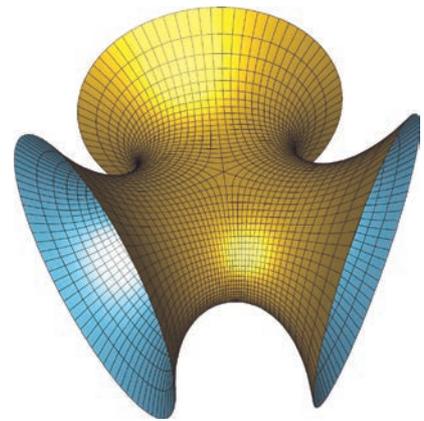


Bidenoid-Fläche von Karcher

Die Bidenoid-Fläche von *Hermann Karcher* zeigt den Variationsreichtum des Katenoids: Weitere kleine Katenoidtrichter können an nahezu beliebiger Stelle herausgezogen werden. Die erste bekannte Katenoidvariation wurde von *Luquesio Jorge* und *William Meeks* gefunden: Sie konnten die Symmetrie erhöhen und  $n$ -noide für beliebiges  $n$  finden. Der Spezialfall  $n=2$  ergibt das bekannte Katenoid.



Unmögliche Variation: Nach *Richard Schoen* kann man keinen Tunnel durch die Taille des Katenoids treiben, die beiden äußeren Säulen würden nach Unendlich driften.



Jorge-Meeks Trinoid (oben) und 9-noid (unten)

