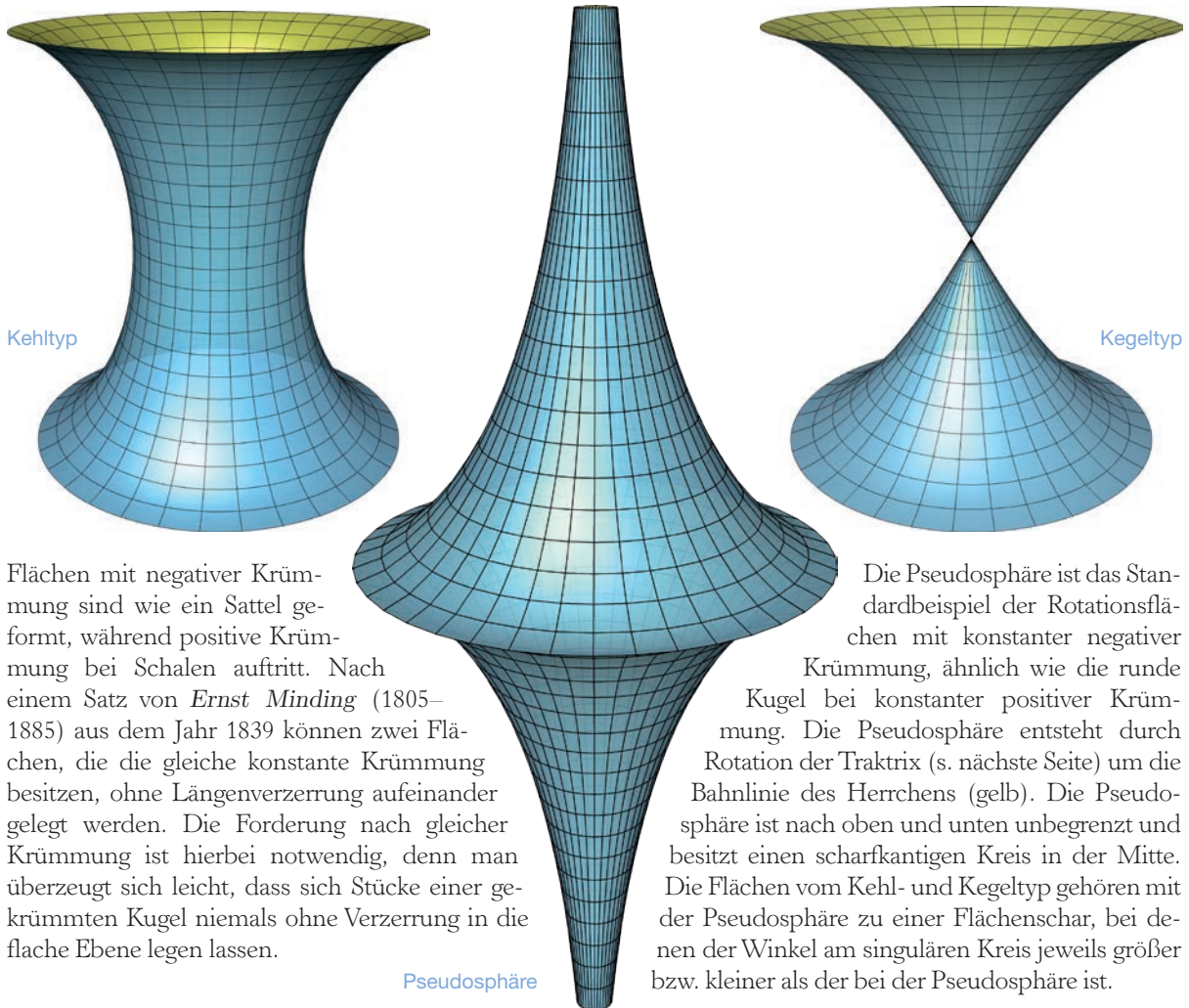


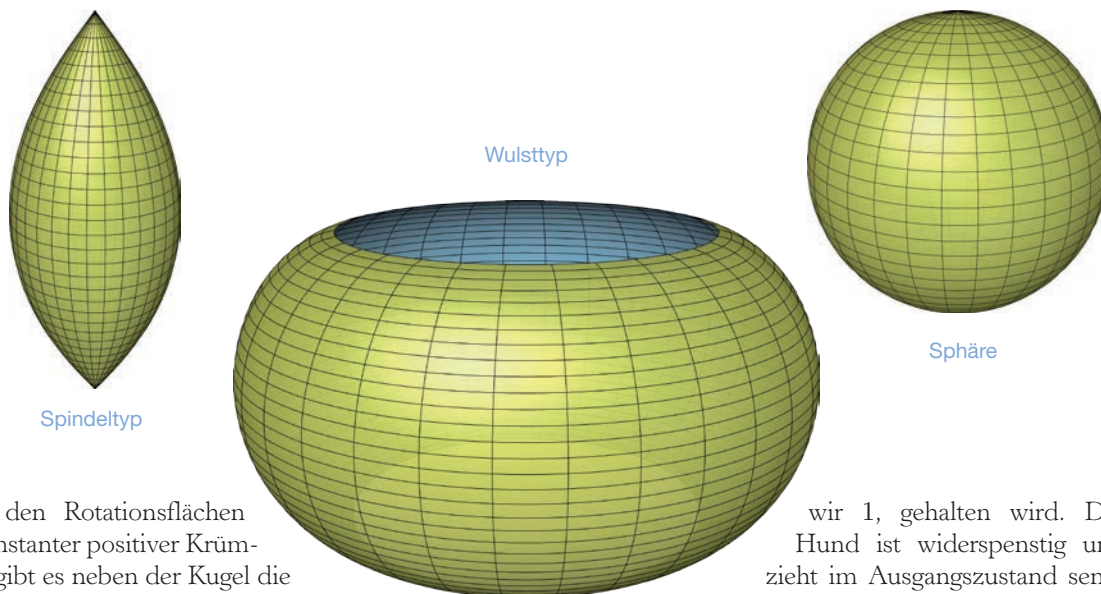
Die Pseudosphäre und Rotationsflächen mit konstanter Krümmung



Flächen mit negativer Krümmung sind wie ein Sattel geformt, während positive Krümmung bei Schalen auftritt. Nach einem Satz von *Ernst Minding* (1805–1885) aus dem Jahr 1839 können zwei Flächen, die die gleiche konstante Krümmung besitzen, ohne Längenverzerrung aufeinander gelegt werden. Die Forderung nach gleicher Krümmung ist hierbei notwendig, denn man überzeugt sich leicht, dass sich Stücke einer gekrümmten Kugel niemals ohne Verzerrung in die flache Ebene legen lassen.

Pseudosphäre

Die Pseudosphäre ist das Standardbeispiel der Rotationsflächen mit konstanter negativer Krümmung, ähnlich wie die runde Kugel bei konstanter positiver Krümmung. Die Pseudosphäre entsteht durch Rotation der Traktrix (s. nächste Seite) um die Bahnlinie des Herrchens (gelb). Die Pseudosphäre ist nach oben und unten unbegrenzt und besitzt einen scharfkantigen Kreis in der Mitte. Die Flächen vom Kehl- und Kegeltyp gehören mit der Pseudosphäre zu einer Flächenschar, bei denen der Winkel am singulären Kreis jeweils größer bzw. kleiner als der bei der Pseudosphäre ist.



Unter den Rotationsflächen mit konstanter positiver Krümmung gibt es neben der Kugel die Flächen vom Spindel- und Wulsttyp. Schneidet man alle drei Flächen jeweils längs einer vertikalen Meridiankurve auf, so kann man sich anschaulich vorstellen, dass sich alle drei Flächen ineinander längentreu verbiegen lassen.

Die Profilkurve der Pseudosphäre heißt Traktrix oder Hundekurve und wurde schon im 17. Jh. studiert. Betrachten wir einen Hund (rot), der von seinem Herrchen (gelb) an einer Leine mit fester Länge, sagen

wir 1, gehalten wird. Der Hund ist widerspenstig und zieht im Ausgangszustand senkrecht zur horizontalen Wegstrecke.

Während das Herrchen nun seinen Weg nach links beginnt, wird der Hund dem Zug bei straffer Leine folgen müssen. Hierbei durchläuft der Hund die Bahn der Traktrix, wobei die Leine jeweils tangential an die Traktrix liegt. Die Traktrix nähert sich dabei immer mehr der horizontalen Bahnkurve des Herrchens an. Eine Bewegung des Herrchens nach rechts erzeugt den symmetrischen rechten Teil der Traktrix.

